

Prof. Dr. Alfred Toth

Grundlagen einer qualitativen ontischen Funktorentheorie X

1. Innerhalb der Semiotik wurden (semiotische) Morphismen im Anschluß an Bense (1981, S. 124 ff.) wie folgt definiert (vgl. Toth 1993, S. 21 ff.)

$$\alpha := (1 \rightarrow 2)$$

$$\beta := (2 \rightarrow 3),$$

die dazu gehörigen konversen Morphismen sind

$$\alpha^\circ = (2 \rightarrow 1)$$

$$\beta^\circ = (3 \rightarrow 2)$$

und die komponierten Morphismen

$$\beta\alpha = (1 \rightarrow 3)$$

$$\alpha^\circ\beta^\circ = (3 \rightarrow 1).$$

Dazu kommen natürlich die drei identitiven Morphismen

$$\text{id}_1 := (1 \rightarrow 1)$$

$$\text{id}_2 := (2 \rightarrow 2)$$

$$\text{id}_3 := (3 \rightarrow 3).$$

2. Nun hatten wir bereits in Toth (2015) gezeigt, daß es, vermöge ontisch-semiotischer Isomorphie, auch ontische Morphismen gibt. Diese müssen allerdings wegen der zuletzt in Toth (2016) behandelten 6 ontischen Relationen

$$C = [X_\lambda, Y_z, Z_\rho]$$

$$L = [\text{Ex}, \text{Ad}, \text{In}]$$

$$O = (\text{Koo}, \text{Sub}, \text{Sup})$$

$$Q = [\text{Adj}, \text{Subj}, \text{Transj}]$$

$$R^* = [Ad, Adj, Ex],$$

$$P = (PP, PC, CP, CC)$$

als indizierte ontische Morphismen definiert werden. Wir erhalten demnach das folgende System von indizierten ontischen Morphismen.

2.1. C-Morphismen

$$\alpha_C = (X_\lambda \rightarrow Y_Z) \quad \alpha^\circ_C = (Y_Z \rightarrow X_\lambda) \quad id_{C\lambda} = (X_\lambda \rightarrow X_\lambda)$$

$$\beta_C = (Y_Z \rightarrow Z_\rho) \quad \beta^\circ_C = (Z_\rho \rightarrow Y_Z) \quad id_{CZ} = (Y_Z \rightarrow Y_Z)$$

$$\beta\alpha_C = (X_\lambda \rightarrow Z_\rho) \quad \alpha^\circ\beta^\circ_C = (Z_\rho \rightarrow X_\lambda) \quad id_{C\rho} = (Z_\rho \rightarrow Z_\rho)$$

2.2. L-Morphismen

$$\alpha_L = (Ex \rightarrow Ad) \quad \alpha^\circ_L = (Ad \rightarrow Ex) \quad id_{LEx} = (Ex \rightarrow Ex)$$

$$\beta_L = (Ad \rightarrow In) \quad \beta^\circ_L = (In \rightarrow Ad) \quad id_{LAd} = (Ad \rightarrow Ad)$$

$$\beta\alpha_L = (Ex \rightarrow In) \quad \alpha^\circ\beta^\circ_L = (In \rightarrow Ex) \quad id_{LIn} = (In \rightarrow In)$$

2.3. O-Morphismen

$$\alpha_O = (Koo \rightarrow Sub) \quad \alpha^\circ_O = (Sub \rightarrow Koo) \quad id_{OKoo} = (Koo \rightarrow Koo)$$

$$\beta_O = (Sub \rightarrow Sup) \quad \beta^\circ_O = (Sup \rightarrow Sub) \quad id_{OSub} = (Sub \rightarrow Sub)$$

$$\beta\alpha_O = (Koo \rightarrow Sup) \quad \alpha^\circ\beta^\circ_O = (Sup \rightarrow Koo) \quad id_{OSup} = (Sup \rightarrow Sup)$$

2.4. Q-Morphismen

$$\alpha_Q = (Adj \rightarrow Subj) \quad \alpha^\circ_Q = (Subj \rightarrow Adj) \quad id_{QAdj} = (Adj \rightarrow Adj)$$

$$\beta_Q = (Subj \rightarrow Transj) \quad \beta^\circ_Q = (Transj \rightarrow Subj) \quad id_{QSubj} = (Subj \rightarrow Subj)$$

$$\beta\alpha_Q = (Adj \rightarrow Transj) \quad \alpha^\circ\beta^\circ_Q = (Transj \rightarrow Adj) \quad id_{QTransj} = (Transj \rightarrow Transj)$$

2.5. R*-Morphismen

$$\begin{array}{lll}
 \alpha_{R^*} = (\text{Ad} \rightarrow \text{Adj}) & \alpha^{\circ}_{R^*} = (\text{Adj} \rightarrow \text{Ad}) & \text{id}_{R^*\text{Ad}} = (\text{Ad} \rightarrow \text{Ad}) \\
 \beta_{R^*} = (\text{Adj} \rightarrow \text{Ex}) & \beta^{\circ}_{R^*} = (\text{Ex} \rightarrow \text{Adj}) & \text{id}_{R^*\text{Adj}} = (\text{Adj} \rightarrow \text{Adj}) \\
 \beta\alpha_{R^*} = (\text{Ad} \rightarrow \text{Ex}) & \alpha^{\circ}\beta^{\circ}_{R^*} = (\text{Ex} \rightarrow \text{Ad}) & \text{id}_{R^*\text{Ex}} = (\text{Ex} \rightarrow \text{Ex})
 \end{array}$$

2.4. P-Morphismen

Da die P-Relation im Gegensatz zu den übrigen 5 ontischen Relationen nicht triadisch, sondern tetradisch ist, müssen hier die Abbildungen einzeln definiert werden.

$$\begin{array}{lll}
 x = (\text{PP} \rightarrow \text{PC}) & x^{-1} = (\text{PC} \rightarrow \text{PP}) & \text{id}_{\text{PP}} := (\text{PP} \rightarrow \text{PP}) \\
 y = (\text{PC} \rightarrow \text{CP}) & y^{-1} = (\text{CP} \rightarrow \text{PC}) & \text{id}_{\text{PC}} := (\text{PC} \rightarrow \text{PC}) \\
 z = (\text{CP} \rightarrow \text{CC}) & z^{-1} = (\text{CC} \rightarrow \text{CP}) & \text{id}_{\text{CP}} := (\text{CP} \rightarrow \text{CP}) \\
 yx = (\text{PP} \rightarrow \text{CP}) & xy = (\text{CP} \rightarrow \text{PP}) & \text{id}_{\text{CC}} := (\text{CC} \rightarrow \text{CC}) \\
 zx = (\text{PP} \rightarrow \text{CC}) & xz = (\text{CC} \rightarrow \text{PP}) & \\
 yz = (\text{PC} \rightarrow \text{CC}) & zy = (\text{CC} \rightarrow \text{PC}) &
 \end{array}$$

3. Man kann nun von kategoriethoretischen Morphismen zu Funktoren übergehen, indem man die oben aufgelisteten ontischen Morphismen paarweise aufeinander abbildet. Damit ist ein weiterer elementarer Schritt in Richtung einer ontischen Kategoriethorie getan. Im folgenden behandeln wir

$$\tau: \mathcal{C} \rightarrow R^*,$$

d.h.

$$\begin{array}{lll}
 \alpha_{\mathcal{C}} = (X_{\lambda} \rightarrow Y_Z) & \alpha^{\circ}_{\mathcal{C}} = (Y_Z \rightarrow X_{\lambda}) & \text{id}_{\mathcal{C}\lambda} = (X_{\lambda} \rightarrow X_{\lambda}) \\
 \beta_{\mathcal{C}} = (Y_Z \rightarrow Z_{\rho}) & \beta^{\circ}_{\mathcal{C}} = (Z_{\rho} \rightarrow Y_Z) & \text{id}_{\mathcal{C}Z} = (Y_Z \rightarrow Y_Z) \\
 \beta\alpha_{\mathcal{C}} = (X_{\lambda} \rightarrow Z_{\rho}) & \alpha^{\circ}\beta^{\circ}_{\mathcal{C}} = (Z_{\rho} \rightarrow X_{\lambda}) & \text{id}_{\mathcal{C}\rho} = (Z_{\rho} \rightarrow Z_{\rho}) \\
 \downarrow & \downarrow & \downarrow
 \end{array}$$

$$\alpha_{R^*} = (\text{Ad} \rightarrow \text{Adj})$$

$$\alpha^{\circ}_{R^*} = (\text{Adj} \rightarrow \text{Ad})$$

$$\text{id}_{R^*\text{Ad}} = (\text{Ad} \rightarrow \text{Ad})$$

$$\beta_{R^*} = (\text{Adj} \rightarrow \text{Ex})$$

$$\beta^{\circ}_{R^*} = (\text{Ex} \rightarrow \text{Adj})$$

$$\text{id}_{R^*\text{Adj}} = (\text{Adj} \rightarrow \text{Adj})$$

$$\beta\alpha_{R^*} = (\text{Ad} \rightarrow \text{Ex})$$

$$\alpha^{\circ}\beta^{\circ}_{R^*} = (\text{Ex} \rightarrow \text{Ad})$$

$$\text{id}_{R^*\text{Ex}} = (\text{Ex} \rightarrow \text{Ex})$$

Zur Vermeidung von Redundanzen können wir uns auf die Abbildung konverser auf nicht-konverse Morphismen beschränken.

$$4.1. \tau_1: [\alpha_C = (X_\lambda \rightarrow Y_Z)] \rightarrow [\alpha^{\circ}_{R^*} = (\text{Adj} \rightarrow \text{Ad})]$$



Allée Alquier-Debrousse, Paris

4.2. $\tau_2: [\alpha_C = (X_\lambda \rightarrow Y_Z)] \rightarrow [\beta^{\circ}_{R^*} = (Ex \rightarrow Adj)]$



Rue Amelot, Paris

4.3. $\tau_3: [\alpha_C = (X_\lambda \rightarrow Y_Z)] \rightarrow [\alpha^{\circ}\beta^{\circ}_{R^*} = (Ex \rightarrow Ad)]$



Rue Mouton-Duvernet, Paris

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Entwurf einer Semiotisch-Relationalen Grammatik. Tübingen 1993

Toth, Alfred, Das kategoriethoretische ontische Tripel-Universum I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2015

Toth, Alfred, Grundlagen einer Modelltheorie der Ontik I-LVII. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2016a

Toth, Alfred, Theorie funktional indizierter ontischer Morphismen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2016a

21.3.2016